CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ
"ADOLF HAIMOVICI"
ETAPA JUDEȚEANĂ - 7 martie 2009

Filiera tehnologică : profil tehnic

CLASA a X-a

I.

a)Arătați că $(a+b)\bullet(\frac{1}{a}+\frac{1}{b})\geq 4, (\forall)a,b>0$

b)Arătați că $(\log_2 3+\log_5 7)\bullet(\log_3 2+\log_7 5)\geq 4$

c)Arătați că $\log_2 3\in \mathbb{R}\setminus\mathbb{Q}$

II.

a)Dacă A este mulțime finită de numere reale iar $f:A\rightarrow A$ este o funcție injectivă arătați că funcția f este bijectivă.

b)Determinați funcțiile injective $f:\{1,\frac{1}{2},\frac{1}{3},...,\frac{1}{2009}\}\rightarrow\{1,\frac{1}{2},\frac{1}{3},...,\frac{1}{2009}\}$ astfel încât

$f(1)=2f(\frac{1}{2})=3f(\frac{1}{3})=...=2009f(\frac{1}{2009})$

III. Rezolvați ecuația: $\frac{8^x+27^x}{12^x+18^x}=\frac{7}{6}$.

IV. Se consideră numerele complexe: $z=a+ib$, $z_1=1+3i$ si $z_2=3+i$; $a,b\in\mathbb{R}$.

a)Să se determine $|z_1-z_2|$.

b)Dați exemplu de un număr complex z pentru care $|z-z_2|=\sqrt{2}$.

c)Determinați numerele complexe z care verifică condițiile: $|z-z_1|=\sqrt{2}$ iar $|z-z_2|\leq\sqrt{2}$.

Nota: Timp de lucru 3 ore
Toate subiectele sunt obligatorii
Fiecare subiect este notat de la 0 la 7